فرمول ها و روابط حفظی :

کنترل: (دکتر میرزازاده)

تبدیلات لاپلاس :

$$F(s)=\int_0^{\infty} e^{-st} f(t)\,dt$$

$f(t)$	1	t^n	$e^{\pm at}$	$\sin\omega t$	$\cos\omega t$
$F(s)$	$1/s$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\frac{1}{s\mp a}$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$

$f(t)$	$\sinh\omega t$	$\cosh\omega t$	$e^{\pm at}f(t)$	$\int_0^t f(t)dt$
$F(s)$	$\frac{\omega}{s^2-\omega^2}$	$\frac{s}{s^2-\omega^2}$	$F(s\mp a)$	$\frac{F(s)}{s}$

$f(t)$	$t^n f(t)$	$\frac{f(t)}{t}$	$f'(t)$
$F(s)$	$(-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n}$	$\int_s^{\infty} F(s)ds$	$sF(s)-f(0)$

$f(t)$	$f''(t)$	$f'''(t)$
$F(s)$	$s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$	$s^3F(s)-s^2f(0)-sf'(0)-f''(0)$

لاپلاس معکوس :

مثال: $\frac{1}{s(s+1)^3} \longrightarrow x(t)=A+e^{-t}\left[\frac{B}{2}t^2+ct+D\right]$

وقتی که یک ریشه تکرار شود (بتوان n) لاپلاس معکوس آن می شود معکوس آن ریشه ضربدر یک چند جمله ای بتوان $n-1$.

$$X(s)=\frac{1}{s(s^2+1)}=\frac{A}{s}+\frac{a+bi}{s+i}+\frac{a-bi}{s-i}\longrightarrow x(t)=A+(a+bi)e^{-it}+(a-bi)e^{+it}$$

وقتی یکی از ریشه ها مختلط است ثابت مربوطه هم باید عدد مختلط باشد تا در معادله باقی بماند. هر عدد مختلط که ریشه معادله است مزدوج آن نیز ریشه معادله است و ثابت های آنها نیز مزدوج یکدیگر هستند

در حالت کلی:

$$e^{\pm i\theta}=\cos\theta\pm i\sin\theta \qquad X(s)=\frac{1}{(s+k_1+ik_2)(s+k_1-ik_2)}=\frac{a+bi}{s+k_1+ik_2}+\frac{a-bi}{s+k_1-ik_2}$$

$$x(t)=(a+bi)e^{-(k_1+ik_2)t}+(a-bi)e^{-(k_1-ik_2)t}$$

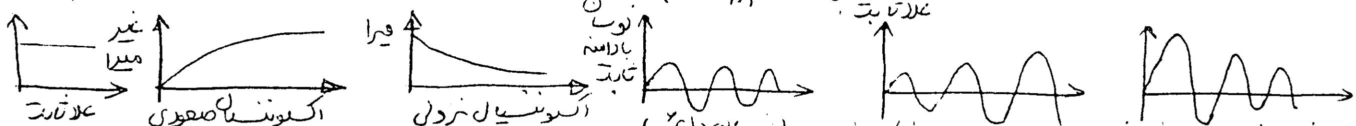
$$x(t)=2e^{-k_1t}\left[a\cos k_2t+b\sin k_2t\right]$$

آنالیز کیفی ریشه ها:

$\frac{1}{S+a+bi} \Rightarrow S = A+Bi$ ریشه قطب

A:
+ : غیرمیرا
− : میرا
صفر : نوسان دائم (اگر موهومی باشد) علامت ثابت

B:
صفر: غیرنوسانی
غیرصفر: نوسانی



قضایای تبدیل لاپلاس:

۱) مقدار نهایی $\lim_{t\to\infty} f(t) = ?$

$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$

۲) قضیه مقدار اولیه: $\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$

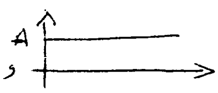
۳) قضیه تابع انتقال یافته Transfered Function:

$$\boxed{L\{f(t-t_0)\} = e^{-st_0}F(s)}$$

f(t) با تأخیر t_0

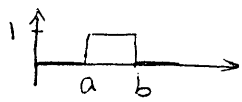
ورودی های استاندارد:

۱) ورودی پله ای:



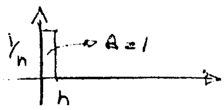
$x(t) = Au(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ A & t>0 \end{cases}$, $X(S) = \frac{A}{S}$

۲) ورودی پالس:



$x(t) = \begin{cases} 0 & t<a \\ 1 & a<t<b \\ 0 & t>b \end{cases}$

۳) ورودی ضربانی:

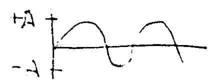


$x(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{1}{h} & 0<t<h \\ 0 & h<t \end{cases}$, $X(S) = 1$

مثال: $F(S) = aS + b$

$f(t) = a\frac{d\delta}{dt} + b\delta(t)$

۴) ورودی سینوسی:



$x(t) = A\sin(\omega t)$, $X(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2}$

* مثال های صفحات ۷ و ۸ جزوه دیده شود.

سیستم درجه اول : معادله دیفرانسیل آن از مرتبه اول

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{\tau s + 1}}$$

$$\boxed{\tau \frac{dy}{dt} + y = kx}$$ ← ثابت زمانی

τ : ثابت زمانی : زمانی که سیستم در آن زمان ۶۳.۲٪ مقدار نهایی را دارد

K : بهره : نسبت تغییرات خروجی در حالت پایدار

R = مقاومت

C = ظرفیت (ظرفیت)

$\tau = RC$

τ = مقاومت × ظرفیت

$R = \frac{V \text{ نیروی محرکه}}{I \text{ جریان}}$

$C_{\text{ظرفیت}} = \frac{\text{ذخیره}}{\text{نیروی محرکه}} = \frac{q}{V}$

نکات :

	نیروی محرکه	جریان	مقاومت	ذخیره	ظرفیت	τ	
							ثابت زمانی راکتور درجه اول mixed : $\tau = \frac{V/q}{1+V/q\,K}$ ، $-r_A = KC_A$
مدار الکتریکی	V	I	R	q	C	RC	تابع انتقال مخزن یک دار : $\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{AS}$ نیاز به ... داشتن ندارد
سطح مایع	h	q	$R = \frac{h}{q}$	Ah	$\frac{Ah}{h} = A$	RA	شیر خطی : $h = q/R$
دما سنج	ΔT	$hA\Delta T$	$\frac{1}{hA}$	$mc_p\Delta T$	mc_p	$\frac{mc_p}{hA}$	ثابت زمانی راکتور درجه دوم mixed : $\tau = \frac{V/q}{1+\frac{2VC_{AS}K}{q}}$ (درجه اول غیرخطی است)
تانک اختلاط	ΔC	qC	$\frac{1}{q}$	CV	V	$\frac{V}{q}$	خطی کردن :

* همواره برای خطی کردن یک جمله غیرخطی، متغیر انحرافی و بر مشتق در حالت steady قرار می‌دهیم :

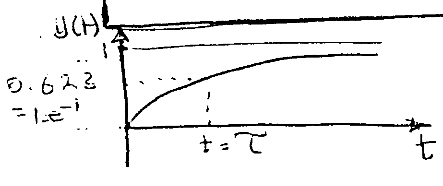
مثال : $\frac{dh^3}{dt} \rightarrow 3h_s^2 \frac{dH}{dt}$

$$F(X) - F(X_s) = (X - X_s) F'(X_s)$$

پاسخ سیستم درجه اول به ورودی های استاندارد :

۱) ورودی پله ای : $X(t) = u(t)$ ، $X(s) = \frac{1}{s}$ ←

$$\boxed{y(t) = 1 - e^{-t/\tau}}$$



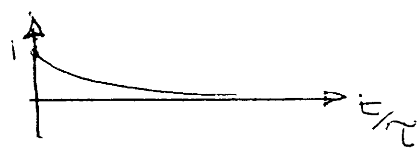
پله ای غیر واحد : (بهره K) : $X(t) = Au(t)$ ، $X(s) = \frac{A}{s}$

$$y(t) = AK_p\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\underset{t \to \infty}{\text{مقدار نهایی}} = AK_p$$

* مثال صفحه ۱۳ توجه شود

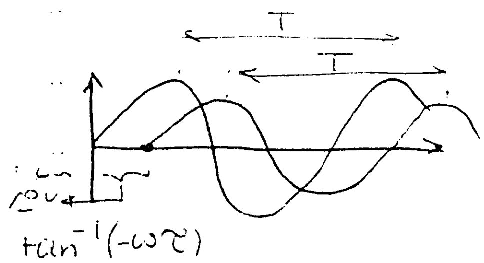
۲) ورودی ضربه‌ای :



$$y(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$y(t) = \frac{AK}{\tau} e^{-t/\tau}$$

۳) ورودی سینوسی :



$$X(t) = A\sin\omega t$$

$$X(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

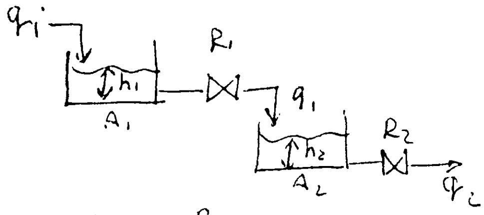
$$Y(s) = \frac{A\omega}{(s^2+\omega^2)(\tau s + 1)}$$

پاسخ حالت گذرا (زمان زیاد طولانی) : پاسخ یک سیستم درجه اول به یک ورودی سینوسی با ثابت سینوسی با همان فرکانس است که دامنه‌ای که دارد کوچکتر از دامنه ورودی و دارای تأخیر زمانی.

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} A\sin\left(\omega t + \tan^{-1}(-\omega\tau)\right)$$

کنترل / ص ۲

سیستم های درجه اول متوالی :



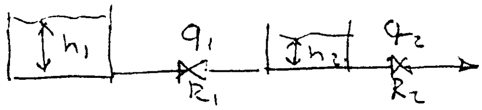
غیر تداخلی : سیستمی که در خروجی خود واحد دیگر قرار دارد و بر عملکرد قبلی تأثیری ندارد.

$$\frac{H_2}{Q_i} = \frac{R_2}{(\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)} \quad , \quad \frac{H_2}{H_1} = \frac{R_2/R_1}{\tau_2 S+1}$$

$\hookrightarrow \tau_1\tau_2 S^2+(\tau_1+\tau_2)S+1$

دو سیستم درجه اول متوالی مانند درجه دوم عمل می کنند.

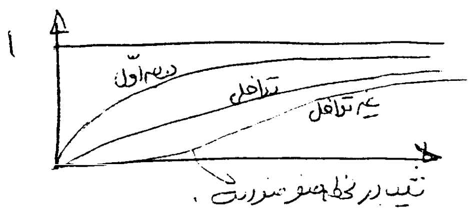
سیستم تداخلی :



معادلات دیفرانسیل بدست آمده کوپل هستند.

$$\begin{cases} q_1-q_2 = A_2\dfrac{dh_2}{dt} \\ \dfrac{(h_1-h_2)}{R_1} - \dfrac{h_2}{R_2} = A_2\dfrac{dh_2}{dt} \end{cases} \xrightarrow[\text{همزمان}]{\text{حل}} \frac{H_2}{Q_1} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 S^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)S+1}$$

$\hookrightarrow$ نشان دهنده غیر تداخلی بودن.

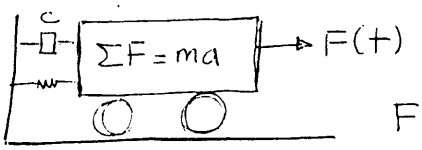


* سیستم های درجه اول متوالی خواه تداخلی، خواه غیر تداخلی هیچگاه رفتار نوسانی ندارند یعنی ریشه موهومی ندارند.

افزایش درجه سیستم موجب کندی پاسخ می شود.

$\boxed{r = \underbrace{n}_{\text{درجه مخرج}} - \underbrace{m}_{\text{درجه صورت}}}$: هرچه بیشتر باشد پاسخ کندتر است.

سیستم درجه ۲ : به جز K به دو پارامتر دیگر نیز داریم. معادله دیفرانسیل از درجه دوم.



$$F(t) - KY - C\frac{dY}{dt} = \frac{W}{g_c}\frac{d^2Y}{dt^2}$$

$$\to \frac{W}{g_c K}\frac{d^2Y}{dt^2} + \frac{C}{K}\frac{dY}{dt} + Y = \frac{F(t)}{K} = X(t)$$

$$\to \tau^2 Y'' + 2\xi\tau Y' + Y = X \xrightarrow{\text{لاپلاس}} \tau^2 s^2 Y(S) + 2\xi\tau S Y(S) + Y(S) = X(S)$$

τ ← ثابت زمانی ; ξ ← Damping Factor ضریب میرایی

$$\boxed{\frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}}$$

$\xi = \sqrt{\frac{g_c}{4WK}}$ ، $\tau = \sqrt{\frac{W}{g_c K}}$: درمثال فنر

چندفنر K : $K_{\text{موازی}} = \sum K_i$ و $\frac{1}{K_{\text{سری}}} = \sum \frac{1}{K_i}$

رفتار سیستم درجه دوم از نظر نوسانی و غیرنوسانی بودن به ξ بستگی دارد.

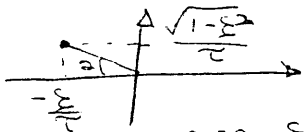
$$\to Y(S) = \frac{X(S)}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

ریشه مخرج : $-\frac{\xi}{\tau} \pm i\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$

پرمیرا $\xi > 1$: نوسانات میرا

میرای بحرانی $\xi = 1$: اکسپوننشیال میرا

کم‌میرا $\xi < 1$: « میرا

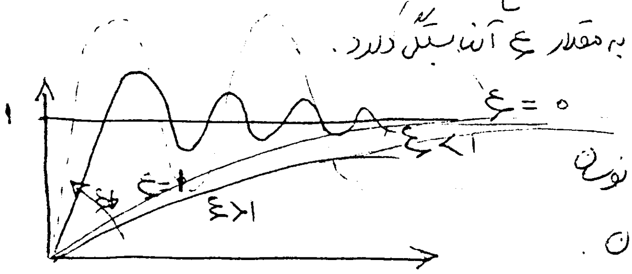


$\xi = 0 \to$ طول‌موج $= \frac{1}{\tau_n}$

برای حالت $\xi \leq 1$

$\cos\theta = \xi$ و طول‌موج $= \frac{1}{\tau}$

* سیستم‌های درجه دوم رفتار پاسخ به ورودی‌های مختلف به مقدار ξ آنها بستگی دارد.



پاسخ سیستم درجه دوم به ورودی پله‌ای :

$\xi = 1$: میرای بحرانی، سریع‌ترین راه رسیدن بدون نوسان به پاسخ، حداکثر سرعت، حداقل نوسان.

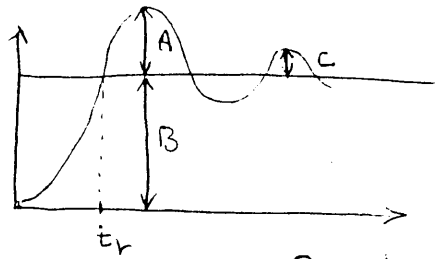
* هرچه ضریب میرایی کوچکتر شود پاسخ سیستم نوسانی تر می‌گردد. و ξ در سیستم‌های درجه اول متوالی هیچ گاه کمتر از یک نمی‌شود و $\xi_{\text{غیرتداخلی}} < \xi_{\text{تداخلی}}$ یعنی خودار غیرتداخلی پیش‌تر واکنش نشان می‌دهد.

$$\xi_{\text{غیرتداخلی}} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 * \tau_2}} \qquad \tau_{\text{تداخلی و غیرتداخلی}} = \sqrt{\tau_1\tau_2} \quad , \quad \xi_{\text{تداخلی}} = \frac{(\tau_1 + \tau_2 + A_1R_1)}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}$$

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = G(S) \qquad X(S) = \frac{1}{S} \;,\; X(S) = 1 \implies \underset{\text{ضربه‌ای}}{Y_2(S)} = S\underset{\text{پله‌ای}}{Y_1(S)} \implies Y_2(t) = \frac{dY_1}{dt}$$

کنترل / ص ۳

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$



$\xi<1$ پاسخ ورودی پله ای.

① فرارفت : Overshoot

$\uparrow$ over shoot $\downarrow \xi$: هرچه ξ کمتر $\frac{A}{B}$ بیشتر $\Leftarrow$ $overshoot = \frac{A}{B} = \exp\left[\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$

② نسبت فروکش : Decay Ratio

$$\frac{C}{A} = \left(\frac{A}{B}\right)^2 \Leftarrow \frac{C}{A} = \exp\left[\frac{-2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$$

③ زمان خیز rising time : t_r (زمان صعود): زمانی که پاسخ سیستم برای اولین بار به مقدار نهایی خود می رسد.

$$t = \frac{\left[n\pi - \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \xrightarrow{n=1} t_r = \frac{\left[\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

④ زمان پیک Peack time : t_p ؛ زمانی است که پاسخ سیستم حداکثر است. دارای max یا min.

$$\frac{dy}{dt} = 0 \longrightarrow t_p = \frac{n\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$n=1$ اولین بار که max می رسد.

ω : فرکانس زاویه ای :

$$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \to f = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\tau}, \quad T = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \qquad T = 2t_p$$

* در حالت $\xi = 0$: $\omega|_{\xi=0} = \omega_n = \frac{1}{\tau}$ $\Leftarrow$ $f_n = \frac{1}{2\pi\tau}$ و $T_n = 2\pi\tau$

فرکانس طبیعی

⑤ زمان پاسخ (Responce time): زمانی است که پاسخ سیستم درجه ۲ با تقریب $\pm 95\%$ یا $\pm 98\%$ بجواب می رسد.

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی های استاندارد. (بیان های در صفحه قبل)

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی:

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{1}{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau S + 1}$$

$x(t) = A\sin\omega t, \quad X(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2}$

$$\rightarrow Y(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2} \times \frac{1}{(S-S_1)(S-S_2)}$$

$S_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} i \qquad \xi < 1$

$= -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} \qquad \xi > 1$

$= -\frac{1}{\tau} \qquad \xi = 1$

* در تمام سه حالت ریشه در سمت چپ محور موهومی است.

بنابراین پاسخ مربوط به S_1 و S_2 همواره میرا است.

و جواب پس از زمان طولانی نوسان دائم است.

$$= \underbrace{\frac{a+bi}{S+i\omega} + \frac{a-bi}{S-i\omega}}_{\text{نوسان دائم}} + \frac{}{S-S_1} + \frac{}{S-S_2}$$

$\xi < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \rightarrow$ دامنه پاسخ $>$ دامنه ورودی

$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow <$

$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad =$

$$y(t) = AR.A\sin(\omega t + \Phi)$$

دامنه پاسخ $AR.A = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}}$ و $\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$

$$\rightarrow y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\tau\omega)^2}} \sin\left(\omega\tau - \tan^{-1}\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

1. فرکانس نوسان پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی با فرکانس ورودی یکی است.
2. پاسخ سیستم درجه ۲ دارای یک تأخیر زمانی به مقدار $\tan^{-1}\frac{-2\xi\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2}$ خواهد بود.
3. دامنه پاسخ هم می تواند بزرگتر و کوچکتر دامنه ورودی باشد.

$\xi < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.702 \qquad$ دامنه پاسخ $>$ دامنه ورودی

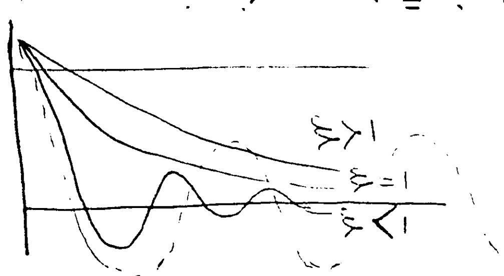
$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow <$

$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad =$

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی ضربان:

$$y_2(t) = \frac{dy_1(t)}{dt}$$

y_2: پاسخ به ضربان — y_1: پاسخ به ورودی پله ای

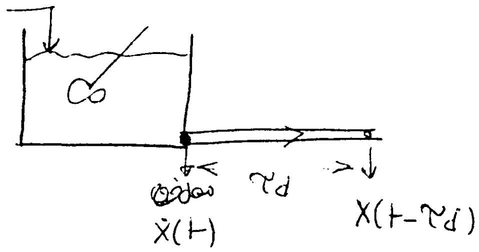


* توجه: $\xi=0$ ؛ $overshoot_{max}$ است

$1 = \exp\left[\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$ پس در این حالت

overshoot همواره کوچکتر از یک است.

کنترل / ص ۴



تأخیر زمانی : Lag Time

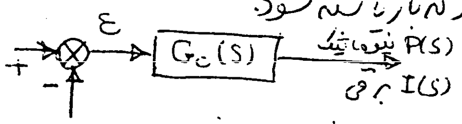
$$L\{x(t-\tau_d)\} = e^{-\tau s} X(s)$$

تابع انتقال اندازه گیر : سازنده می دهد یا آزمایش شناسایی $G_m(S) = \dfrac{K_m}{\tau_m S+1}$

شیر کنترل :
1- نیوماتیک $P = 3-15\,psi$ — Air to close: $P\uparrow \Rightarrow Q\downarrow$; Air to open: $P\uparrow \Rightarrow Q\uparrow$
2- شیر کنترل برقی : $I = 4mA \sim 20mA$ (کاملاً باز ~ کاملاً بسته) : برای جاییکه خطر آتش سوزی دارد توصیه نمی گردد.

تابع انتقال شیر کنترل ها : شیر درجه اول $\dfrac{Q(S)}{P(S)} = \dfrac{K_v}{\tau_v+1}$ ، gain only $= K_v$: هرچه ثابت زمانی شیر کمتر باشد با نرخ سریع تر است.

کنترل کننده ها : کنترلر براساس میزان خطا به شیر کنترل دستور می دهد که باز یا بسته شود.



کنترل کننده تناسبی P : متناسب با مقدار خطا از خود واکنش نشان می دهد. (K_c می تواند + یا - باشد).

واحد K_c : $\dfrac{mA}{Error}$ یا $\dfrac{psi}{Error}$: کمیت فرق ندارد = کنترل سطح $= \dfrac{psi}{m} = \ldots$

$$\boxed{P(t) = P_s + K_c\,\varepsilon(t)}$$

$$P - P_s = \mathbf{P}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{P(S)}{\varepsilon(S)} = K_c}$$

کنترل کننده تناسبی مشتق : PD

$$\boxed{P(t) = P_s + K_c\left[\varepsilon(t) + \tau_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{P(S)}{\varepsilon(S)} = K_c\left[1 + \tau_D S\right]}$$

کنترل کننده PID :

$$\boxed{P(t) = P_s + K_c\left[\varepsilon(t) + \tau_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t \varepsilon(t)dt\right]}$$

مقدار مطلق خطا ← ; روند تغییرات خطا ← ; انتگرال خطا ←

انتگرال خطا: مدت زمانی را بیان می کند که خطا داریم. به عبارتی مجموع پرت ها را نشان می دهد.

$$\text{PID:}\ \boxed{\frac{P(S)}{\varepsilon(S)} = K_c\left[1 + \tau_D S + \frac{1}{\tau_I S}\right]}$$

کنترل کننده : PI

$$\text{PI:}\ \boxed{\frac{P(S)}{\varepsilon(S)} = K_c\left[1 + \frac{1}{\tau_I S}\right]}$$

Proportional Band : پهنه تناسبی : درصدی از محدوده خطا تقسیم بر رنج. هرچه کوچکتر باشد کنترل مشکل تر است.

(شار) min — 3psi — 15psi — max ; رنج Error

$$\boxed{PB\% = \frac{Error}{Range} \times 100}$$

$$PB = \frac{Error}{Range} \times 100 \quad \text{و} \quad K_c = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{15-3}{\varepsilon} = \frac{12}{Error} \rightarrow \boxed{Error = \frac{12}{K_c}}$$

$PB = \frac{1}{K_c} \times$ ضریب ← K_c با $PB\%$ نسبت عکس دارد

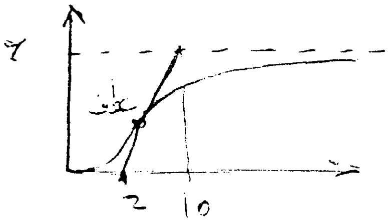
هفته آخر دوره عملی / کنترل .

سیستم های درجه اول و دوم، کنترل و بلاک دیاگرام .

۱۳۸۳

۰) ۸۶

۸۹ درجه یک ای ۲ :



$$\frac{3e^{-2s}}{3s+1}$$

۹۲ زمان مرده حاصل شود

۴۴ کنترل دمای راکتور پلیمریزاسیون : کنترل دما به علت گرمازایی زیاد به عامل مشکل دارد .

/ PID با مرده ..

۴) ۹۵ ابتدا کمترین تا بیشترین

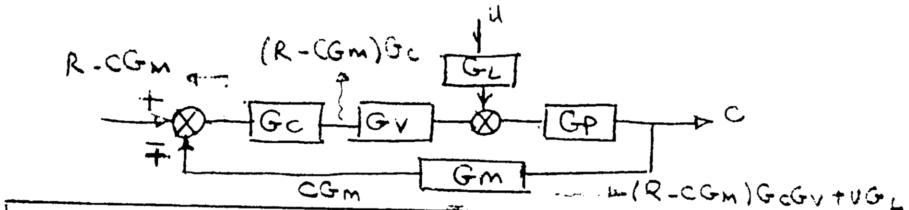
۹۷

۹۸ ۴۰۰

سال ۱۳۸۲

۸۷ ۰) xxx

کنترل / ص ۵



سـاده سازی بلاک دیاگرام :

* راه حل کوتاه :
با صفر قرار دادن بلاک های زائد گزینه را انتخاب می کنیم . (صفر قرار دادن شاخه های مزاحم) .

Servo: $\dfrac{C}{R} = \dfrac{G_cG_vG_p}{1+G_cG_vG_pG_m}$ ← حاصلضرب توابع پیشرو

Regulator: $\dfrac{C}{U}_{(\text{Load})} = \dfrac{G_LG_p}{1+G_cG_vG_mG_p}$ ← حاصلضرب توابع مدار بسته

آفست کنترل Offset : خطای حالت ماندگار یا Steady state Error :

$$R_{\text{مقدار مقرر}} - C\Big|_{t=\infty} = \text{خطای حالت ماندگار}$$

عواملی که موجب تغییر می شوند :

۱) Servo Mechanism : set Point را تغییر می دهیم ← $\frac{C}{R} = ?$ ، تغییر داریم R ، U نداریم

۲) Regulator Mechanism : اغتشاشات (بار) یا بار تغییر ضروری است ← $\frac{C}{U} = ?$ ، تغییر U داریم ، R نداریم

هدف کنترل : یکی بودن C و R ، چه R تغییر کند چه U تغییر کند .

تعریف کلی : $\text{Offset} = R(\infty) - C(\infty) = \lim_{s\to 0} sR(s) - sC(s)$

Servo: $\boxed{\text{Offset} = sR(s)\left[1-\frac{C}{R}\right]_{s\to 0}}$ ← Servo ← افست کنترل چه R تغییر کند و U ثابت

$\text{Offset} = R(\infty) - C(\infty) = 0 - C(\infty) = -sC(s)_{s\to 0} \Rightarrow \text{Offset} = -sU(s)\frac{C}{U}$

Regulator: $\boxed{\text{Offset} = -sU(s)\frac{C}{U}}$

بنابراین : $\text{Offset} = R(\infty) - C(\infty)$
- $R\neq 0, U=0$ → $\text{Offset} = sR(s)\left[1-\frac{C}{R}\right]$
- $R=0, U\neq 0$ → $\text{Offset} = -sU(s)\frac{C}{U}$

کنترل تناسبی {

الف) تغییر پله ای در مقدار مقرر : $\text{Offset} = \dfrac{1}{1+K_cK_vK}$ ← $\uparrow K_c$ ← $\downarrow \text{Offset}$ به شرطی که سیستم ناپایدار نشود (ناپایدارتر)

ب) " " " بار : $\text{Offset} = -\dfrac{K_LK}{1+K_cK_vK}$ ← $\uparrow K_c$ ← " " "

* در بلاک های Gc صفر قرار دهید چون با افزوده صفر قرار می دهیم . ** اگر به جای تناسبی ، تناسبی مشتق قرار دهیم
با رسم یا سنجش تفاوتی ندارد $K_c \to K_c(1+\tau_D s)_{s\to 0}$ یعنی عامل مشتق اثری بر offset ندارد .

*** افزایش عامل تناسبی موجب کاهش offset می گردد .

* کنترل با عامل انتگرالی :

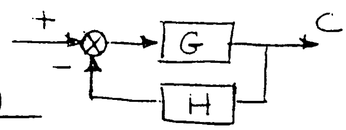
$$K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right) \to \frac{K_c(1+\tau_I s)}{\tau_I s} \to \boxed{\frac{K_c}{\tau_I s}}$$

$$\to \text{Offset} = s\times\frac{1}{s}\left[1-\frac{\frac{K_c}{\tau_I s}\cdot K_v\cdot K}{1+\frac{K_c}{\tau_I s}K_vK}\right] = 0 \quad , \quad \text{Offset} = -s\times\frac{1}{s}\times\frac{K_LK}{1+\frac{K_c}{\tau_I s}K_vK} = 0$$

* وجود عامل انتگرال موجب حذف offset در هر دو حالت می گردد .

کنترل ۲۰/

مثال افست کنترل :



$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$

GH : تابع انتقال مدار باز

$$GH = \frac{K(\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)\cdots(\tau_n S+1)}{S^N(\tau_a S+1)\cdots\cdots(\tau_2 S+1)}$$

: Unit Feed back $\quad H(S)=1$

$$\text{offset} = SR(S)\left[\frac{S^N}{S^N+K}\right]$$

$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{K}{S^N}}{1+\frac{K}{S^N}}$$

	$N=0$	$N=1$	$N>1$
پله‌ای	$\frac{1}{1+K}$	0	0
ضربانی	0	0	0
خطی	∞	$\frac{1}{K}$	0

اگر هم بار و هم R تغییر کند :

$$C = \frac{C}{R}\times R + \frac{C}{u}\times u$$

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty) = \lim_{S\to 0} SR(S) - S\left[\frac{C}{R}\times R + \frac{C}{u}\times u\right]$$

روابط و فرمول های حفظی پایداری .

* مفهوم پایداری : اگر ورودی محدودی وارد سیستم کردیم باید خروجی محدود بگیریم .

* معادله مشخصه سیستم : $1+GH(s)=0$

* هدف از بحث پایداری : آیا معادله $1+GH=0$ ریشه‌ای با جزء حقیقی مثبت (در سمت راست محور موهومی) دارد ، به تعداد این ریشه‌ها (سمت راست) ریشه ناپایدارکننده داریم .

آزمون روث (Routh test) :

* معادله را بصورت نزولی مرتب می‌کنیم $1+GH=0$

a	b	e
c	d	f
?	??	

$$? = \frac{cb-ad}{c} \qquad ?? = \frac{ce-af}{c}$$

* به تعداد تغییر علامت در ستون اول جدول ریشه ناپایدارکننده داریم .

نحوه دادن سؤال : ① تعداد ریشه ناپایدارکننده ② k ؟ ③ ریشه مرز پایداری را بیابید .

$$1+GH = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$$

ردیف اول	s^n	
دوم		
....		
ردیف nام	s	
ردیف n+1ام	s^0	

برای ریشه مرز پایداری :

سطر nام را برابر صفر قرار می‌دهیم و k را بدست می‌آوریم با k بدست آمده معادله سطر بالایی را حل می‌کنیم

* یعنی برای ریشه مرز پایداری از سطر nام k را بدست می‌آوریم و از سطر n-1 مقدار ریشه را بدست می‌آوریم .

مثال :

1	1	11
2	6	6+k
3	$\frac{66-6-k}{6}$	
4	6+k	

سطر nام = سطر سوم : $\frac{60-k}{6}=0 \quad k=60$

سطر n-1 : $6s^2+6+\underset{60}{k}=0$

$6s^2+66=0 \longrightarrow s$ ✓

حالات خاص :

① اولین عنصر یک ردیف برابر صفر شود به جای آن ε می‌گذاریم و محاسبات را ادامه می‌دهیم .

② اگر همه عناصر یک سطر صفر شوند چند جمله‌ای مربوط به ردیف بالایی را می‌نویسیم و از آن مشتق می‌گیریم

* اگر سطر nام صفر باشد می‌گوییم سیستم در مرز پایداری و نیمه پایدار است .

مکان هندسی ریشه ها :

$GH =$ ①

ریشه‌های صورت مدار باز را صفرهای مکان هندسی می نامیم و با o نمایش می دهیم . (Z_i)

" مخرج " " قطب های " " " X " " . (P)

② در قطب $k=0$ و در صفر $k=\infty$ است . بنا براین مکان از قطب آغاز و به صفر ختم می شود .

③ n قطب و m مقدار صفر : $n-m$ مجانب داریم .

④ محل هم رسی مجانب ها : $\gamma = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n-m}$

⑤ زاویه مجانب ها : $k=0, 1, 2, \ldots, n-m-1$ و $\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}$

⑥ آن قسمتی از محور حقیقی جزء مکان است که مجموع عده صفرها و قطب‌ها سمت راست آن فرد باشد .

⑦ اگر فاصله بین دو قطب جا و جزء مکان باشد نقطه BEP یا نقطه جدایی داریم .

نقطه جدایی : $\sum \frac{1}{S-P_i} = \sum \frac{1}{S-Z_i}$

* پایدار و ناپایدار بودن با نوسانی و غیر نوسانی بودن تفاوت دارد .

* اگر Feed back مثبت داشته باشیم . ① $\theta = \frac{2k\pi}{n-m}$ ② قسمتی از محور جزو مکان که مجموع صفر و قطب سمت راست آن زوج باشد

* اگر تابع انتقال به صورت $e^{-\tau_d S}$ داشت : تودین : Pad :

$$e^{-\tau_d S} = \frac{1-\frac{\tau_d}{2}S}{1+\frac{\tau_d}{2}S} = -\frac{S-\frac{2}{\tau_d}}{S+\frac{2}{\tau_d}}$$

اثر تأخیر :

* یعنی ترم تأخیر زمانی وقتی از تقریب Pad استفاده می شود باعث افزودن یک صفر در سمت راست و یک قطب در سمت چپ و همچنین علامت فیدبک را تغییر می دهد سیستم را ناپایدار می کند. محدوده k پایداری را کوچک می کند .

اثر کنترلرها :

- **عامل مشتق :** $\frac{k(\tau_D S+1)}{\cdots} \leftarrow Z_i = -\frac{1}{\tau_D}$ ① یک صفر در سمت چپ ای روی محور حقیقی اضافه می کند (سمت چپ محور موهومی) که موجب پایداری سیستم می شود (k پایداری افزایش) ② تعداد مجانب‌ها ↓ ③ نوسان ↓ ④ سرعت ↑ ⑤ محل هم رسی را به سمت راست می رساند که ممکن است به ضرر باشد .
- **عامل انتگرالی :** یک قطب در $S=0$ و یک صفر در $-\frac{1}{\tau_I}$ به سیستم اضافه می کند و محل هم رسی را به سمت راست می برد . ن گرفت به پایداری کمک می کند

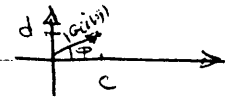
روابط وقوانین های خطی پاسخ فرکانسی:

پاسخ فرکانسی: $Y(t) = AR \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

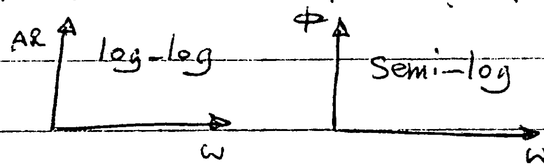
$X(t) = A\sin \omega t \rightarrow \boxed{G(S)} \rightarrow Y(t)$

T = ثابت زمانی ها،

مراحل: 1) $S = i\omega$ 2) $G(i\omega) = c + di$ 3) $AR = |G(i\omega)| = \sqrt{c^2 + d^2}$ 4) $\varphi = \angle G(i\omega) = \tan^{-1}\frac{d}{c}$

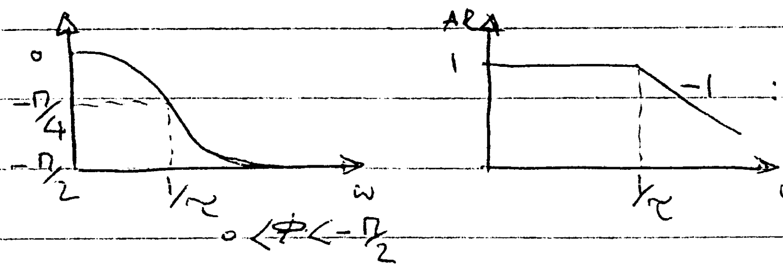


دیاگرام Bode: دیاگرامی است که AR و φ برحسب ω رسم شده است. $0 < \omega < \infty$



1) مثال: درجه اول (مخرج):

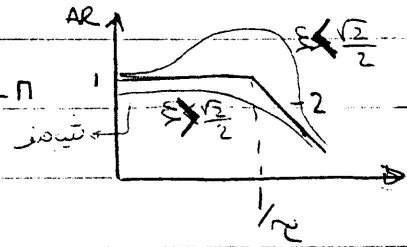
$$\boxed{G(S) = \frac{1}{S + 1/\tau} \text{ یا } \tau S + 1}$$



$0 < \varphi < -\frac{\pi}{2}$

2) مثال: درجه دوم (مخرج)

$$\boxed{G(S) = \frac{1}{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau S + 1}}$$



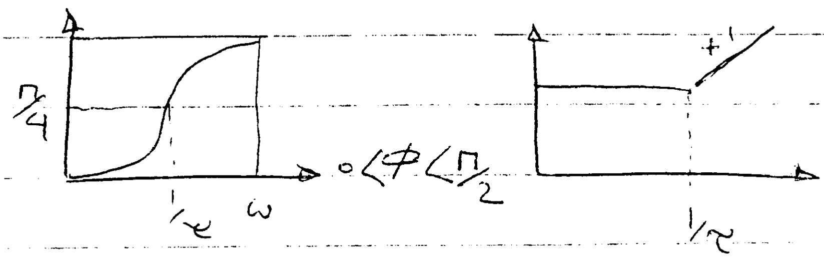
$0 < \varphi < -\pi$

$\omega_{max} = \frac{1}{\tau}\sqrt{1 - 2\xi^2}$

$\frac{d\,AR}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_{max}$

3) مثال: درجه اول صورت:

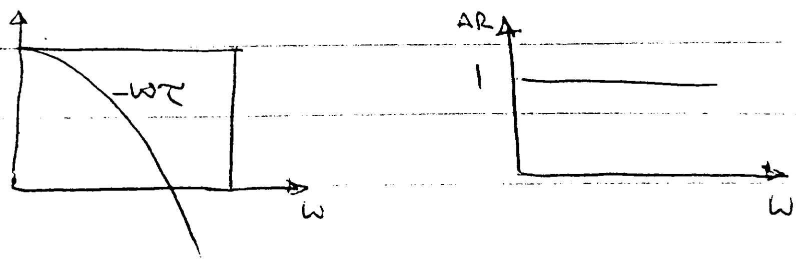
$$\boxed{G(S) = \tau S + 1}$$



$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

4) مثال: تابع تأخیر

$$\boxed{G(S) = e^{-\tau_d S}}$$



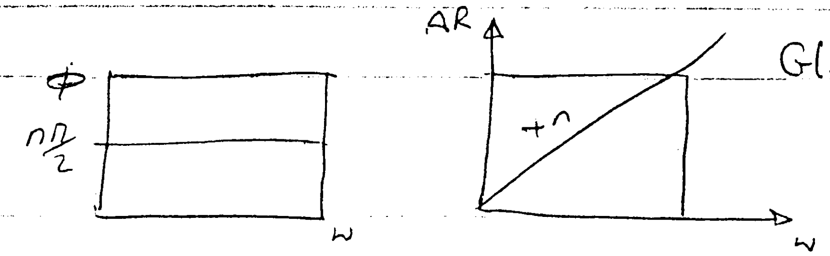
5) مثال:

$$\boxed{G(S) = \frac{1}{S^n}}$$

دیاگرام مجانب Bode $\frac{1}{S^n}$ همواره خطی است با شیب $-n$ و بدون شکست

کنترل ۱۵/۸

۶) مثال: $G(S) = S^n$



خلاصه دیاگرام Bode:

نکته: ۱) به ازای هر درجه یک واحد شیب داریم اگر در صورت بود ۱+ و اگر در مخرج بود ۱-.
اگر به فرم $\tau S+1$ بود فرکانس شکست دارد و اگر به فرم S بود فرکانس شکست ندارد.

* درجه: تعیین واحد شیب * صورت یا مخرج بودن: تولید علامت * به فرم S یا $\tau S+1$: تعیین داشتن و نداشتن شکست

۲) به ازای هر درجه 90 درجه زاویه داریم اگر در صورت بود 90+ و اگر در مخرج بود 90-
اگر $\tau S+1$ از صفر تا 90 اگر S بود خود 90.

* درجه اول در صورت زاویه بین ۰ تا 90+ ، درجه اول مخرج زاویه بین ۰ تا 90-

* در یک سیستم درجه n: اگر در صورت باشد شیب مجانب Bode آن n+ و اگر در مخرج باشد شیب مجانب Bode آن n- است.

* اگر در صورت باشد زاویه بین ۰ و $\frac{n\pi}{2}$ و اگر مخرج باشد زاویه بین ۰ و $-\frac{n\pi}{2}$

* ترم تأخیر زمانی اثری بر دیاگرام AR ندارد، ترم تأخیر زمانی فقط بر منحنی Φ اثر دارد.

* دیاگرام مجانب های سیستم $\frac{1}{S^n}$ همواره خط است با شیب $(-n)$ و بدون شکست

* تفاوت $\frac{1}{S^N}$ با $\frac{1}{(\tau S+1)^N}$ در آن است که در اولی دیاگرام فاقد نقطه شکست است ولی در دومی بالعکس. در اولی زاویه خود $-\frac{n\pi}{2}$ است و در دومی از صفر تا $-\frac{n\pi}{2}$ است.

* دیاگرام Bode S^n خطی با شیب n+ و بدون شکست است

* فرکانس گوشه $\frac{1}{\tau} = \omega_{Co} = \omega_{Corner}$

مثال صفحه ۴۴ و ۴۵ صفحه ۴۵ ← مهم.

بحث پایداری به کمک دیاگرام Bode: * برای محاسبه Φ: mod درجه، mod رادیان

۱) P.M: $AR=1 \rightarrow \sqrt{\omega} \rightarrow \sqrt{\Phi} \rightarrow P.M = \Phi-(-180)$ — $P.M>0$ (لازمه پایداری)

۲) G.M: $\Phi=-180 \rightarrow \sqrt{\omega} \rightarrow AR \rightarrow G.M = \frac{1}{AR}$ — $G.M>1$

* وقتی $G.M=1$ باشد $P.M=0$ است و بالعکس.

* پایداری را نشان می دهند یا جدول یا $G(S) \rightarrow$ شکل صفحه ۴۲ و صفحه ۴۷

(۱ $e^{-\tau_d s}$ ندارند (۱ k پایداری از جدول ... G.M
(۲ $e^{-\tau_d s}$ دارند (۲ اگر پایداری خواسته شده P.M
شرایط پایداری

$1+G H$ ← راست قبل از رسم جدول Routh استفاده می کنیم.

برای تعیین k پایداری:
* اگر تابع انتقال دارای ترم تأخیر زمانی بود از آزمون Routh استفاده نکنید
* در مسائلی که ترم تأخیر زمانی دارند و k مجهول نیست از G.M استفاده می کنیم
* در مسائلی که ترم تأخیر زمانی دارند و در تعیین Φ مجهول ... P.M استفاده می کنیم (برای بررسی پایداری)

*) دیاگرام Bode ، نایکوئیست ، GM ، PM همگی با تابع مدار باز GH سروکار دارند یعنی از مدار باز برای بررسی پایداری مدار بسته استفاده می‌کنند . فقط آزمون Routh با معادله (1+GH) سروکار دارد

میزان کننده زیگلر نیکولز :

$$G_C = K_C\left(1+\tau_D S+\frac{1}{\tau_I S}\right)$$

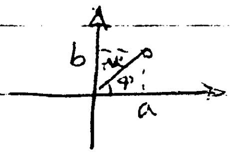
برای فرآیند G(S) ، کنترلر G_C را انتخاب کرده‌ایم این تنظیم کننده مقادیر K_c ، τ_D و τ_I را ارائه می‌دهد

روش : 1) تابع تبدیل مدار باز سیستم بدون کنترلر را تشکیل می‌دهیم . 2) GM را حساب کنید :

3) $P_u = \frac{2\pi}{\omega}$ $\quad K_u = \frac{1}{G.M}$ $\quad$ بطور مثال : K_c برای یک کنترلر P : $\boxed{K_c = 0.5K_u}$

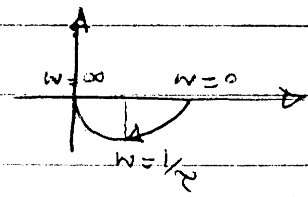
$\mapsto \phi = +180$?

نایکوئیست

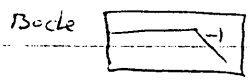


دیاگرام Bode است در مختصات قطبی . $\left\{\begin{array}{l} AR = \text{شعاع نایکوئیست} \\ \phi = \text{زاویه شعاع با محور حقیقی} \end{array}\right.$

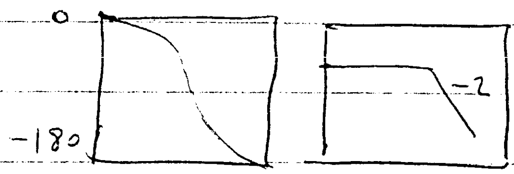
مثال 1) : $GH(S)=\frac{1}{\tau S+1}$

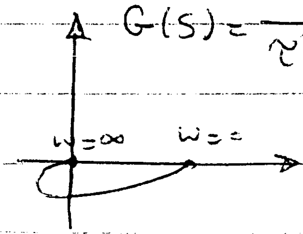


* جهت فلش زیاد شدن ω را نشان می‌دهد



مثال 2) : $G(S)=\frac{1}{\tau^2S^2+2\xi\tau S+1}$

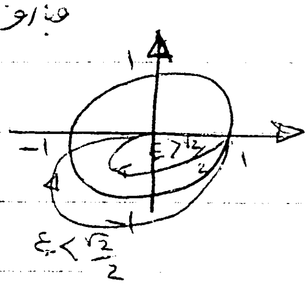


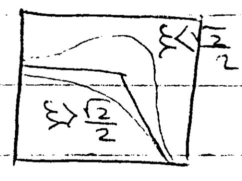


Bode : می‌گوید زاویه صفر تا 180- است

با افزایش φ ، AR کاهش می‌یابد

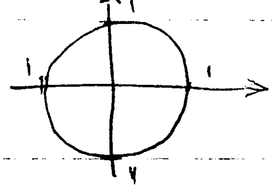
اگر ξ :

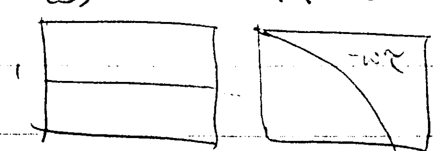




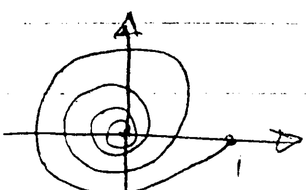
مثال 3) : $G(S)=e^{-\tau_d S}$

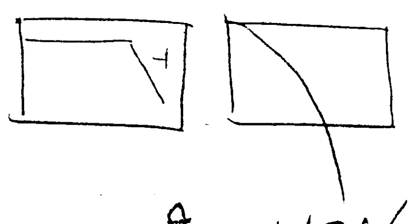
نایکوئیست :





مثال 4) : $G(S)=\frac{e^{-\tau_d S}}{(\tau S+1)}$





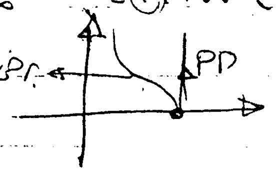
کنترل / صعب

مثال ۵)

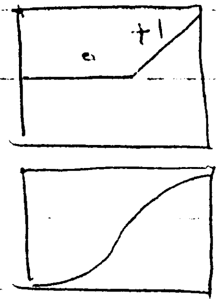
$G(S) = K_c(1+\tau s)$

$= 1 + i\omega\tau$

قسمت حقیقی مستقل از ω



برخی مراجع این گونه رسم می‌کنند اگر در کرنرها بود زاویه ایجاد خود.

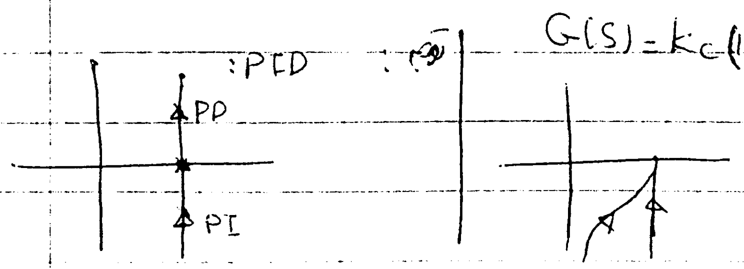


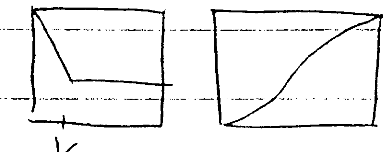
کنترل PI :

$G(S) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$

توجه :

PID :

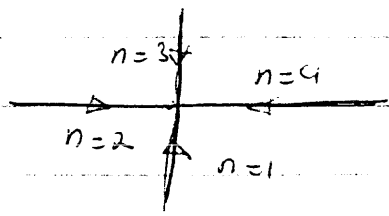




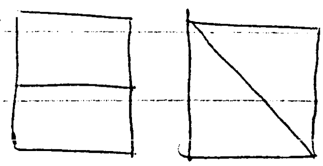
$1/\tau$

مثال ۶ :

$\frac{1}{S^n}$

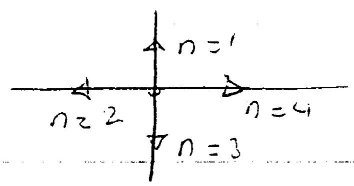


$-n\frac{\pi}{2}$

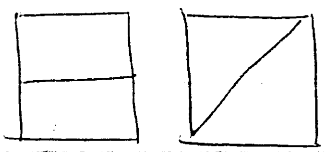


شروع از ∞ می‌آید تا صفر

S^n

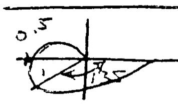


$n\frac{\pi}{2}$



PM و GM نایکوئیست

مثال :



$PM = -135 - (-180) = 45$

$GM = \frac{1}{0.5} = 2$

* سیستم نیم اول و دوم همواره پایدار هستند (؟)

نیکولز:

** روش بررسی پایداری {اگر تابع انتقال دارند یا Routh یا G.M یا P.M
اگر شکل دارند یا Bode یا نایکوئیست.

روش بررسی پایداری دیاگرام نایکوئیست : ① دیاگرام قرینه دیاگرام را در ناحیه ω از ∞- تا صفر رسم می‌کنیم (قرینه آینه‌ای نسبت به محور حقیقی این عمل را انجام می‌دهیم تا نایکوئیست به شکل بسته تبدیل شود).

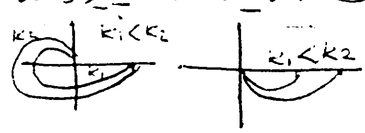
② عده قطب‌های مدار باز P که در سمت راست محور موهومی قرار دارد. P ← یا در صورت مسئله مشخص شده یا شکل داده شده

اگر داده نشد ← سیستم نیاز دارد

③ عده دورخوردن‌های نقطه (۰ و ۱-) در جهت ساعت‌گرد را حساب کنید وقتی که ω از ∞+ به ∞- = ω.

④ عده ریشه‌های ناپایدارکننده : $Z = N + P$ ** توجه : تغییر k موجب تغییر شعاع می‌شود و نه زاویه

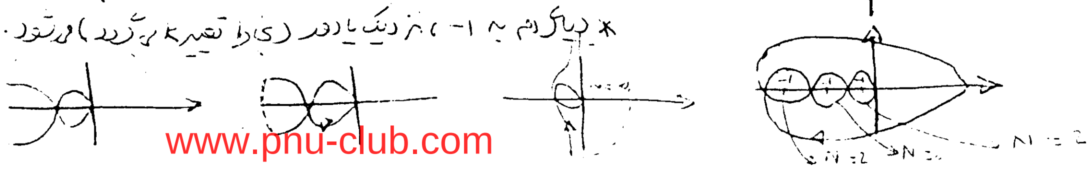
** اگر منحنی بسته تشکیل شود (از 0^+ و 0^- بر هم منطبق نگردند) در این صورت نیم دایره‌ای فرضی رسم می‌کنیم که ۱) از 0^- به 0^+ باشد ۲) ساعت‌گرد باشد.



* دیاگرام به ۱- نزدیک یا دور (با تغییر k می‌گردد) می‌شود. حول ۱- تا رفت.

* تحت چه شرایطی سیستم دارای یک قطب سمت راست خواهد بود پایدار

Z (2 N:-1 (1 منفی شود



هفته دوم دوره نهایی / کنترل ۱۳۸۳/ ،

* offset درجه صحت موارت ؟

۱۰۴ ۱۰۰ ۹۸ ۹۷ ۹۵ ۹۴ ۸۶

کنترل ۱۳۸۲

۱۰۴ ۱۰۲ ۱۰۰ ۹۸ ۹۷ ۹۶ ~~۹۵~~ ~~۹۴~~ ۹۲ ۹۱ ۸۷

کنترل ۸۱

* سرعت بیش از صد ممنوع : ۷ تست غلط

* سرعت انگار ممنوع است

~~۹۴~~ ۹۱ ~~۸۹~~ ~~۸۸~~ ۸۶

~~۱۰۵~~ ~~۱۰۴~~ ۱۰۳ ۱۰۲ ~~۱۰۱~~ ~~۹۹~~ ~~۹۸~~ ۹۷ ~~۹۶~~ ۹۴

کنترل / تست / صف