تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۴ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ریاضیات ۲،ریاضیات پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس :(جغرافیا و برنامه ریزی شهری، جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی) ۱۱۱۱۰۰۳ - ، آب و هوا شناسی۱۱۱۱۳۰۱

سوالات تشریحی

۱– حل: **نمره ۱.۷۵**

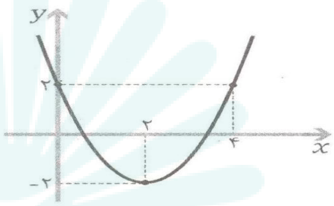
$D_f = \mathbb{R} \quad , \quad f'(x) = 2x - 4 = 0 \to x = 2$

$f''(x) = 2 > 0$ (تقعر به سمت بالا)

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^2 = +\infty$

$f(0) = 2 \quad , \quad f(4) = 2$ نقاط کمکی

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f''		$+$		$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$ 2 $\searrow$	-2 Min	$\nearrow$ 2 $\nearrow$	$+\infty$



۲– **نمره ۱.۷۵**

$$2)\ f(x) = x^3 + 2x + 1 \to f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$\to f''(x) = 6x = 0 \to x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f	$\frown$	I	$\smile$

تابع در فاصله $(-\infty, 0)$ تقعرش به سمت پایین و در فاصله $(0, +\infty)$ تقعرش به سمت بالا است. چون $f'(0) = 2$ پس در $x = 0$ خط مماس موجود است و لذا $(0,1)$ نقطه عطف منحنی f می‌باشد.

۳– **نمره ۱.۷۵**

$$= \sqrt{u} \qquad \begin{array}{|l} u = x^2 + 1 \\ u' = 2x \end{array}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$1)\ y = (x^2 + 3x)^5 \to y = u^5 \qquad \begin{array}{|l} u = x^2 + 3x \\ u' = 2x + 3 \end{array}$$

$$y' = 5u'u^4 = 5(2x+3)(x^2+3x)^4$$

۴- نمره ۱.۷۵

حل: شرط اول برای اینکه تابع f در $x=۲$ مشتق‌پذیر باشد این است که تابع در ایـن نقطه پیوسته باشد، یعنی داشته باشیم: $\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x) = f(۲)$

$$\left.\begin{array}{l} f(۲) = ۴ \\ \lim\limits_{x\to ۲^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^+} x^۲ = ۴ \\ \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^-} (ax+b) = ۲a+b \end{array}\right\} \to ۲a+b=۴ \quad (*)$$

شرط دوم برای اینکه تابع f در $x=۲$ مشتق‌پذیر باشد ایـن است کـه مشـتق چـپ و راست f در این نقطه برابر باشد، یعنی داشته باشیم: $f'_-(۲) = f'_+(۲)$

$$f'_+(۲) = \lim_{x\to ۲^+} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^+} \frac{x^۲-۴}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^+} (x+۲) = ۴$$

$$f'_-(۲) = \lim_{x\to ۲^-} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^-} \frac{(ax+b)-۴}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^-} \frac{(ax+b)-(۲a+b)}{x-۲} \quad (\text{بنابر } *)$$

$$= \lim_{x\to ۲^-} \frac{a(x-۲)}{x-۲} = a \quad , \quad f'_-(۲) = f'_+(۲) \to a = ۴$$

و از عبارات $۲a+b=۴$ و $a=۴$ نتیجه می‌شود: $b=-۴$