



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات ۲، ریاضیات پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: (جغرافیا و برنامه ریزی شهری، جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی) ۱۱۱۱۰۰۳ -، آب و هوا شناسی ۱۱۱۱۳۰۱

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

$$D_f = \mathbb{R} \quad , \quad f'(x) = 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2$$

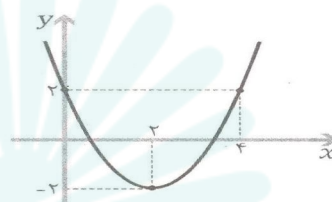
حل:

$$f''(x) = 2 > 0 \quad (\text{تقعر به سمت بالا})$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^2 = +\infty$$

$$f(0) = 2 \quad , \quad f(4) = 2 \quad \text{نقاط کمکی}$$

x	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$
f'		-	۰	+	
f''		+		+	
f	$+\infty$	$\searrow$	$2$	$\nearrow$	$+\infty$



نمره ۱.۷۵

$$2) f(x) = x^3 + 2x + 1 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$\rightarrow f''(x) = 6x = 0 \rightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	۰	$+\infty$
f''	-	۰	+
f	$\cap$	$I$	$\cup$

تابع در فاصله  $(-\infty, 0)$  تقعرش به سمت پایین و در فاصله  $(0, +\infty)$  تقعرش به سمت بالا است. چون  $f'(0) = 2$  پس در  $x = 0$  خط مماس موجود است و لذا  $(0, 1)$  نقطه عطف منحنی  $f$  می باشد.

نمره ۱.۷۵

$$= \sqrt{u}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\left| \begin{array}{l} u = x^2 + 1 \\ u' = 2x \end{array} \right.$$

$$1) y = (x^2 + 3x)^\Delta \rightarrow y = u^\Delta$$

$$y' = \Delta u' u^\Delta = \Delta(2x + 3)(x^2 + 3x)^\Delta$$

$$\left| \begin{array}{l} u = x^2 + 3x \\ u' = 2x + 3 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} u = x^2 + 3x \\ u' = 2x + 3 \end{array} \right.$$



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات ۲، ریاضیات پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: (جغرافیا و برنامه ریزی شهری، جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی) ۱۱۱۱۰۰۳ -، آب و هوا شناسی ۱۱۱۱۳۰۱

نمره ۱.۷۵

۴- حل: شرط اول برای اینکه تابع  $f$  در  $x = 2$  مشتق پذیر باشد این است که تابع در این نقطه پیوسته باشد، یعنی داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + b) = 2a + b \end{aligned} \right\} \rightarrow 2a + b = 4 \quad (*)$$

شرط دوم برای اینکه تابع  $f$  در  $x = 2$  مشتق پذیر باشد این است که مشتق چپ و راست  $f$  در این نقطه برابر باشد، یعنی داشته باشیم:

$$f'_-(2) = f'_+(2)$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(ax + b) - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(ax + b) - (2a + b)}{x - 2} \quad (*) \text{ (بنابر)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a(x - 2)}{x - 2} = a, \quad f'_-(2) = f'_+(2) \rightarrow a = 4$$

و از عبارات  $2a + b = 4$  و  $a = 4$  نتیجه می شود:  $b = -4$