

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۸ - ۱۱۱۱۰۸۷ - ۱۱۱۱۲۸۶) آموزش ریاضی

۱- کدام گزینه صحیح است؟

۱. جمع دو عدد اصم، عددی اصم است.
۲. ضرب دو عدد اصم، عددی اصم است.
۳. یک عدد اصم به توان یک عدد گویا، عددی اصم است.
۴. جمع یک عدد اصم و یک عدد گویا، عددی اصم است.

۲- حد بالای دنباله $\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$ برابر است با:

۱. صفر
۲. -۱
۳. ۱
۴. وجود ندارد

۳- حد پایین دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cos(n\pi) \right\}$ برابر است با:

۱. -e
۲. e
۳. ۰
۴. -۱

۴- کدام سری واگرا است؟

۱. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
۲. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$
۳. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log n}$
۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^n}$

۵- سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ همگراست اگر...

۱. $\alpha > 1$
۲. $\alpha < 1$
۳. $\alpha = 1$
۴. $\alpha > 0$

۶- کدام یک از سری های زیر همگراست؟

۱. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
۲. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
۳. $\sum_{n=1}^{\infty} 3$
۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

۷- سری نامنفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگراست، اگر فقط اگر دنباله $\{S_n\}$ ($S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$) ... باشد.

۱. صعودی
۲. کران دار
۳. نامنفی
۴. واگرا

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶)

۸- فرض کنید به ازای هر $x \in \mathbb{N}$ ، $G_n = \left[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right]$ و $I = \bigcap_{n=1}^{\infty} G_n$ ، در این صورت کدام گزینه غلط است؟

۱. $I = \{0\}$.
۲. I یک زیر مجموعه باز \mathbb{R} می باشد.
۳. I یک زیر مجموعه بسته \mathbb{R} می باشد.
۴. I یک زیر مجموعه باز \mathbb{R} نمی باشد.

۹- اگر $X = (-1, 2] \cup \{3\}$ زیر فضای متریک \mathbb{R} باشد، آنگاه کدامیک از مجموعه های زیر در X بسته است؟

۱. $\{-1\}$.
۲. $(-1, 0]$.
۳. $[0, 2)$.
۴. $(-1, 2)$.

۱۰- هر اشتراک متناهی از مجموعه های باز در یک فضای متریک ...

۱. همواره باز است. .
۲. گاهی فشرده است. .
۳. همواره بسته است. .
۴. نه باز و نه بسته است.

۱۱- اگر X یک فضای متریک و Y زیر فضای آن باشد و $E \subseteq Y$ ، آنگاه ...

۱. E در Y بسته است اگر و فقط اگر در X بسته باشد. .
۲. E در Y فشرده است اگر و فقط اگر در X فشرده باشد. .
۳. E در Y همبند است اگر و فقط اگر در X همبند باشد. .
۴. E در Y کامل است اگر و فقط اگر در X کامل باشد. .

۱۲- کدام یک از مجموعه های زیر در \mathbb{R}^2 بسته نیست؟

۱. یک مجموعه متناهی .
۲. $\left\{\left(\frac{1}{n}, 0\right) \mid n \in \mathbb{N}\right\}$.
۳. $\{(m, 0) \mid m \in \mathbb{Z}\}$.
۴. \mathbb{R}^2 .

۱۳- هرگاه E یک زیر مجموعه نامتناهی و کران دار از \mathbb{R}^k باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱. E فاقد نقطه حدی در \mathbb{R}^k است. .
۲. E فشرده است. .
۳. E یک نقطه حدی در \mathbb{R}^k دارد. .
۴. E بسته است.

۱۴- فرض کنید f تابعی پیوسته و یک به یک روی یک بازه باشد، در این صورت:

۱. f نه صعودی و نه نزولی است. .
۲. f مشتق پذیر است. .
۳. f یا اکیدا صعودی و یا اکیدا نزولی است. .
۴. f محدب است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶)

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad -15$$

فرض کنید ، در این صورت :

۱. حد f تنها در نقطه صفر موجود نیست.

۲. f در صفر پیوسته نیست.

۳. f بر زیر بازه های فشرده \mathbb{R} پیوسته یکنواخت است.

۴. f بر هیچ زیر بازه ای از \mathbb{R} پیوسته یکنواخت نیست.

-16 فرض کنید f بر فضای متری X پیوسته باشد، در این صورت f^{-1} نیز پیوسته است اگر ...

۱. X بسته و f یک به یک باشد.

۲. f پوشا باشد.

۳. X فشرده و f یک به یک باشد.

۴. X فشرده و f پوشا باشد.

-17 تابع $f: X \rightarrow Y$ بر $F \subseteq X$ پیوسته یکنواخت است اگر ...

۱. F بسته و f پیوسته باشد.

۲. F باز و f پیوسته باشد.

۳. F فشرده باشد.

۴. F فشرده و f پیوسته باشد.

-18 فرض کنید $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته و در (a, b) مشتق پذیر و $f(a) = f(b) = 0$ باشد. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

۱. $c \in (a, b)$ وجود دارد که $f'(c) = f(c)$

۲. $c \in (a, b)$ وجود دارد که $f'(c) = |f(c)|$

۳. $c \in (a, b)$ وجود دارد که $f'(c) = 0$

۴. $c \in (a, b)$ وجود دارد که $f'(c) = -f(c)$

-19 اگر f بر $[a, b]$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f' بر $[a, b]$...

۱. پیوسته است.

۲. دارای ناپیوستگی ساده نیست.

۳. دارای ناپیوستگی ساده است.

۴. پیوسته یکنواخت است.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad -20$$

تابع را در نظر بگیرید، در این صورت ...

۱. f فقط در صفر دارای مشتق است.

۲. f همه جا مشتق پذیر است.

۳. f همه جا پیوسته است.

۴. f فقط در صفر مشتق پذیر نمی باشد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۵۵ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۳۸ - ۱۱۱۱۰۸۷ - ۱۱۱۱۰۸۶) - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- الف) اصل کمال را فقط بیان کنید.

ب) فرض کنید $a_n \geq 0$ ، سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا و همواره $a_n \neq 1$ باشد. نشان دهید $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1-a_n}$.

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید اگر فضای متریک M فشرده باشد، آنگاه هر زیر مجموعه نامتناهی E از M دارای یک نقطه انباشتگی در M است.

۱.۴۰ نمره

۳- ثابت کنید هر زیر مجموعه ی بسته و کران دار \mathbb{R}^k فشرده است. (قضیه هایینه - بول)

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید اگر (X, d_x) و (Y, d_y) دو فضای متریک باشند، آنگاه تابع f از X به Y پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر مجموعه باز $V \subseteq Y$ ، مجموعه $f^{-1}(V)$ باز باشد.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید f بر $[a, b]$ مشتق پذیر باشد و $f'_+(a) < \lambda < f'_-(b)$ ، آنگاه نقطه ای چون $c \in (a, b)$ وجود دارد به طوری که $f'(c) = \lambda$.