

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ شریعی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ شریعی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۵۳ - ، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶)

۱- روی محور اعداد حقیقی را در نظر بگیرید که از مبدا زمان شروع به حرکت کرده و در هر واحد زمان یک قدم به جلو یا یک قدم به عقب می رود. احتمال آنکه پس از ۸ قدم در نقطه ۶ قرار بگیرد چیست؟

۱.  $\frac{1}{32}$       ۲.  $\frac{1}{23}$       ۳. صفر      ۴. ۱

۲- اگر  $A_1, A_2, \dots$  یک دنباله از پیشامدها باشند بطوریکه بازای هر  $n \geq 1$  داشته باشیم  $A_n = (-\infty, n]$  کدام مورد درباره  $A_n$  ها صحیح است؟

۱.  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = R$       ۲. پیشامدهای دویه دونا ساز گارند.  
۳. پیشامدهای صعودی اند.      ۴. پیشامدهای نزولی اند.

۳- اگر بازای هر  $n, E_n = \{a - \frac{1}{n} < X \leq a\}$  و  $F$  تابع توزیع  $X$  و در نقطه  $a$  پیوسته باشد مقدار  $P(\bigcup E_n)$  چیست؟

۱. نامشخص      ۲. ۱      ۳. صفر      ۴. ۰/۵

۴- در توزیع  $P(X = k) = p(\frac{1}{3})^k, k = 1, 2, \dots$  مقدار  $E(X^3)$  چیست؟

۱.  $\frac{13}{4}$       ۲. ۲۱      ۳.  $\frac{31}{4}$       ۴. ۱۲

۵- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد دلخواه باشند تحت چه شرطی  $I_A$  و  $I_B$  مستقلند؟

۱.  $B \subset A$       ۲.  $A \subset B$       ۳.  $A$  و  $B$  ناسازگار باشند.  
۴.  $A$  و  $B$  مستقل باشند.

۶- فرض کنید  $X, Y$  دارای توزیع یکنواخت بر مجموعه زیر باشند؟

$$\{(x, y) \mid 0 \leq x < y \leq 1\}$$

به عبارت دیگر  $0 \leq x \leq y \leq 1$    
  $f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$  در این صورت، مقدار ضریب همبستگی بین  $Y, X$

چقدر است؟

۱.  $\frac{1}{2}$       ۲.  $\frac{1}{4}$       ۳.  $\frac{1}{8}$       ۴.  $\frac{1}{16}$

۷- اگر  $X$  دارای توزیع نمایی با پارامتر ۱ و  $Y \mid X = x$  دارای توزیع پواسن با پارامتر  $x$  باشند واریانس  $Y$  کدامست؟

۱. ۲      ۲. ۴      ۳. ۱      ۴. ۳

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۴      زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰      سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶

۸- در زنجیر ارنفست ساده با ۵ مهره، اگر  $X$  دارای توزیع یکنواخت برفضای حالت زنجیر باشد امید ریاضی آن چیست؟

۱. ۲/۵      ۲. ۵/۲      ۳. ۲      ۴. ۵

۹- در فرآیند قدم زدن تصادفی با فرض  $p = \frac{1}{4}$ ،  $P(X_2 = 2)$  چیست؟

۱. نامشخص      ۲. ۱/۱۶      ۳. ۱/۱۵      ۴. ۱/۵۱

۱۰- زنجیر قدم زدن تصادفی ساده با شرط  $p \neq q$  ..... است.

۱. تحویلناپذیر و بازگشتی است.      ۲. تحویلناپذیر و گذرا است.  
۳. فقط تحویلناپذیر است.      ۴. فقط بازگشتی است.

۱۱- در مسئله ورشکستگی قمار با فرض  $p = \frac{3}{5}$ ،  $a = 3$  احتمال ورشکستگی شخص  $A$  چقدر است؟

۱. ۸/۲۷      ۲. ۱۹/۲۷      ۳. ۱      ۴. صفر

۱۲- زنجیر زاد و مرگی را با  $r_x = 0, x > 0$ ،  $q_x \equiv q = 1 - p$ ،  $P_x \equiv p > 0$  در نظر بگیرید. شرط بازگشتی بودن آن چیست؟

۱.  $q > p$       ۲.  $q \leq p$       ۳.  $q \geq p$       ۴.  $q = p$

۱۳- در زنجیر تحویل ناپذیر و بازگشتی به ازای هر  $X, Y$ ،  $\lim_{n \rightarrow \infty} E_x \left( \frac{N_n(y)}{n} \right)$  برابر است با:

۱.  $m_x$       ۲. ۰      ۳.  $\frac{1}{m_y}$       ۴.  $m_y$

۱۴- در زنجیر تحویلناپذیر و بازگشتی مثبت  $\{X_n, n \geq 0\}$  اگر بازای  $X$  متعلق به فضای حالت  $\pi(x) = \frac{16}{19}$  باشد. مقدار  $m_x$  چیست؟

۱. ۱      ۲. ۱۶/۱۹      ۳. ۱۹/۱۶      ۴. ۲

۱۵- توزیع مانای زنجیر ارنفست ساده چه نام دارد؟

۱. دوجمله ای      ۲. هندسی      ۳. یکنواخت      ۴. وجود ندارد

سری سوال: ۱: یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶)

۱۶- توزیع مانادر فرآیند شاخه ای چه نام دارد؟

۱. دوجمله ای      ۲. هندسی      ۳. یکنواخت      ۴. وجود ندارد

۱۷- زنجیر مارکف زمان پیوسته تحت چه شرطی دارای ویژگی مارکف است؟

۱. زمانهای توقف دارای توزیع دوجمله ای باشد.  
۲. زمانهای توقف دارای توزیع نمایی باشد.  
۳. همواره ویژگی مارکف دارد.  
۴. زمانهای توقف دارای توزیع یکنواخت باشد.

۱۸- کدام ویژگی از ویژگیهای پارامترهای بینهایت کوچک ( $q_{xy}$ ) نیست؟

۱.  $q_{xx} \leq 0$       ۲.  $\sum_y q_{xy} = 0$       ۳.  $q_{xy} \geq 0$       ۴.  $q_{xy} \geq 0, x \neq y$

۱۹- هر فرآیند پواسن یک فرآیند ..... است؟

۱. زایشی محض      ۲. مرگ محض  
۳. مرگ محض با نرخ ثابت      ۴. زایشی محض با نرخ ثابت

۲۰- کدام فرآیند زیر زمان پیوسته است؟

۱. ارنفست ساده      ۲. فرآیند پواسن  
۳. ارنفست تعدیل یافته      ۴. فرآیند قدم زدن تصادفی

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- فرض کنید فرآیند  $\{N(t), t \geq 0\}$  فرآیند پواسنی با پارامتر  $\lambda > 0$  باشد. تابع میانگین و کوواریانس فرآیند

$$\{X(t), t \geq 0\} \text{ را بیابید.}$$

$$X(t) = N(t+1) - N(t)$$

نمره ۱.۷۵

۲- مسئله ورشکستگی قمارباز را بیان و در حالت  $p \neq q$  احتمال ورشکستگی شخص A را بدست آورید.

نمره ۱.۷۵

۳- اگر تابع احتمال تعداد نوزدان هر فرد ( $\mathcal{E}$ ) در فرآیند شاخه ای به صورت زیر باشد احتمال انقراض را بدست آورید.

$$P(\mathcal{E} = 0) = 2P(\mathcal{E} = 3) = 4P(\mathcal{E} = 1) = 4P(\mathcal{E} = 2)$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶

نمره ۱.۷۵

۴- اگر زنجیرمارکف زمان پیوسته با فضای حالت  $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ ، به ازای  $x \neq y$

$$q_{xy} = \begin{cases} \lambda & y = x + 1 \\ \mu & y = 0 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad (x \neq 0).$$

وتوزیع مانای آن را بیابید؟

