

تعداد سوالات: تستی: ۰۰ تشریحی: ۷ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰۰ تشریحی: ۱۲۰ سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مکانیک آماری پیشرفته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)  
فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۱۳۱۵۹

۱- تابع اطلاعات  $I = \sum_j p_j \ln p_j$  را با در نظر گرفتن دو قید  $\sum_j p_j = 1$  و  $\sum_j p_j E_j = E$  ماکزیمم کنید. ۲۰۰ نمره

۲- اگر آنتروپی مساله نوسانگر هارمونیک کلاسیکی در آنسامبل (هنگرد) میکروکانونیک به صورت  $s = 3Nk \ln(E/3N\hbar\omega) + 3Nk$  و تابع آنسامبل کانونیک این مساله  $Q = (\hbar\omega\beta)^{-3N}$  باشد، در این صورت نشان دهید مقادیر پتانسیل شیمیایی در سه آنسامبل میکروکانونیک، کانونیک و گراند کانونیک در حد کلاسیکی برابرند. ۲۰۰ نمره

۳- سیستمی سه تراز با انرژی های  $E_1 < E_2 < E_3$  و  $E_2 - E_1 \ll E_3 - E_2$  را در نظر بگیرید. احتمال یافتن ذره ای با انرژی  $E_j$ ، آنتروپی، انرژی داخلی و ظرفیت گرمایی ویژه را به صورت تابعی از دما به دست آورید. ۲۰۰ نمره

۴- برای سیستمی که یک حالت برانگیخته با انرژی  $\Delta$  بالای تراز حالت پایه ( $\mathcal{E} = 0$ ) دارد، معادله ای برای ظرفیت گرمایی برحسب  $\Delta$  به دست آورید. ب) معادله ای که مقدار ماکزیمم ظرفیت گرمایی را می دهد، محاسبه نمایید. ج) مقدار ظرفیت گرمایی را در حد دمایی بالا و پایین تعیین کنید. ۲۰۰ نمره

۵- ترازهای انرژی کوانتومی یک چرخنده صلب به صورت  $\mathcal{E}_j = j(j+1)\hbar^2/8\pi^2ma^2$  است که در آن  $j = 0, 1, 2, \dots$  و  $m$  و  $a$  اعداد ثابت مثبت اند و تبهگنی ترازها  $g_j = 2j+1$  است. الف) عبارتی کلی برای تابع پارش  $Q$  ارائه دهید. ب) ظرفیت گرمایی را در دماهای بالا که جمع را بتوان به انتگرال در آورد، حساب کنید. ۲۰۰ نمره

۶- الکترونی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $B = B_0 \hat{z}$  قرار دارد. با استفاده از مفهوم ماتریس چگالی در هنگرد کانونیک، مقدار انتظاری  $\hat{S}_z$  را به دست آورده و در حد دمایی بالا و پایین آن را تعبیر نمایید. ۲۰۰ نمره

۷- نشان دهید که آنتروپی یک گاز ایده آل کوانتومی برای ذرات تمیزناپذیر فرمیونها و بوزونها به صورت زیر است: ۲۰۰ نمره

$$S_{FD(BE)} = -k \sum_j \left[ \langle n_j \rangle \ln \langle n_j \rangle \pm (1 \mp \langle n_j \rangle) \ln (1 \mp \langle n_j \rangle) \right]$$